پروژه نوزدهم:

طراحی کنترل کننده بهره بالا برای دو پلنت منظم و نامنظم:

سیستم با فضای حالت زیر را در نظر می گیریم:

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1.4142 & 0\\ 2.2361 & 0\\ 0 & 1.4142\\ 0 & 2.2361\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}0.7071 & 0 & 0.7071 & -0.4472\\ 0 & 0 & 0 & 0.4472\end{bmatrix}, D=0$$

با فرض $G(s)$ به عنوان تابع تبدیل حلقه باز و $L(s)$ ماتریس جبرانساز و g به عنوان بهره بالا و $R(s)$ ورودی خواهیم داشت:

$$Y(s)=\frac{GL}{1+GL}R(s)$$

رتبه ماتریس CB چنین خواهد شد:

$$rank(CB)=2$$

پس سیستم ما با فرض پایداری با توجه به رتبه به دست آمده منظم است . حال برای پایداری مقادیر ویژه ماتریس A نیاز است:

که با دستور $\begin{cases}F_2=C_2+MA_{12}\\ C_2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ -1 & 0\end{bmatrix}\\ A_{12}=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\end{cases} \Rightarrow g=15\ eig(A)=\{-2,-2,-1\}$ مقادیر ویژه همگی منفی بوده و سیستم پایدار است.

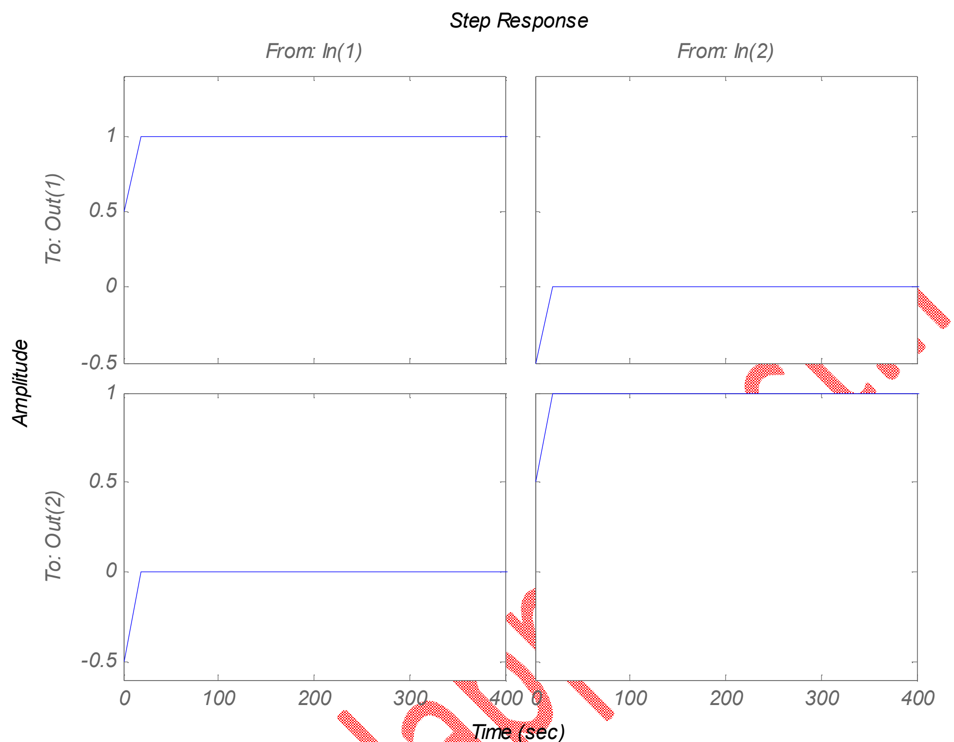
هدف ما طراحی کنترل کننده PI می باشد لذا داریم:

$$L(s)=g(k_1+\frac{k_2}{s}), g=150$$

حال با دانستن این مقادیر و معادله پاسخ، پاسخ پله سیستم را رسم می کنیم:

که سیستم رسم شده مشخصا پایدار می باشد با مقادیر: $k_1=2I, k_2=8I, g=150$

لذا کنترل کننده ما چنین است: $L(s) = 150(\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \frac{1}{s}\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix})$



Transfer function from input 1 to output...

١

#١: -----

s + 1

#٢: ٠

Transfer function from input 2 to output...

-١٫٣e-006 s + 1

#۱: ---------------

s^2 + 3 s + 2

۱

#۲: -----

s + 2

کد متلب نیز به این صورت است:

```
clc;clear all;
s=tf('s');
%A=[0 1 0;0 0 1;-4 -8 -5];
%B=[2 0;2 1;2 1];
%C=[1 1 0;0 1 0];
A=[-1 0 0 0;0 -2 0 0;0 0 -1 0;0 0 0 -2];
B=[1.4142 0;2.2361 0;0 1.4142;0 2.2361];
C=[0.7071 0 0.7071 -0.4472;0 0 0 0.4472];
D=0;
G=C*(s*eye(4)-A)^-1*B+D
U=C*B
zigma=[2 0;0 2];
alfa=-4;
rank(U)
k1=U^-1*zigma
k2=-alfa*k1
g=150;
L=g*(k1+(k2/s));
sys=((G*L)/(1+G*L));
figure(2)
step(sys)
```

حال پلنت زیر را در نظر می گیریم:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & -1.21 & 1\\ 0 & -9.39 & -0.964\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0 & 0\\ -1.4142 & -2.2361\\ -0.7071 & -1.5960\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 0\end{bmatrix}, D=0$$

ابتدا ماتریس CB را تشکیل می دهیم و با محاسبه دترمینان آن متوجه می شویم که این دترمینان صفر است لذا سیستم نامنظم است.

```
A1=[0 0 1;0 -1.21 1;0 -9.39 -0.964];
B1=[0 0; -1.4142 -2.2361;-0.7071 -1.569];
C1=[1 0 0;1 -1 0];
det(C1*B1)=0
```

در این حالت نیز کنترل کننده PI که می خواهیم طراحی کنیم دو ثابت k_1,k_2 را دارا خواهد بود و این ثوابت نیز به این صورت با انتخاب ماتریس M مشخص می شوند:

به عبارت دیگر:

$$\begin{cases} k_1 = [\mathrm{F_2 B_2}]^{-1}\Sigma \\ k_2 = -\alpha k_1 \end{cases}$$

که $F_2 = C_2 + MA_{12}$

که در این حالت با انتخاب ماتریس M می توان تضمین نمود که F_2 رتبه کامل داشته باشد.

- نکته مهم در این طراحی انتخاب ماتریس اندازه گیری M است، در واقع باید چنان انتخاب شود که:
- F_2 رتبه کامل داشته و سیستم حلقه بسته پایدار باشد. به عبارت دیگر ریشه های معادله $|\lambda I_m + gF_2B_2k_1| = 0$ پایدار باشند.
- تداخل در سیستم کمترین مقدار را داشته باشد.

حال به طراحی کنترل کننده پلنت مان برمی گردیم:

ماتریس M را به این صورت تعریف می کنیم: $M = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}$

پس:

$$\begin{cases} F_2 = C_2 + MA_{12} \\ C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow F_2 = \begin{bmatrix} 0 & m_1 \\ -1 & m_2 \end{bmatrix} \\ A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

حال باید m_1 و m_2 به گونه ای انتخاب شوند که F_2 رتبه کامل داشته باشد. از این رو m_2 را صفر می گیریم و مقدار m_1 نیز صفر انتقال سیستم را تعیین می کند.

با انتخاب $m_1 = 0.25$ داریم: $F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.25 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

پس با توجه به اینکه می دانیم:

$$\begin{cases} k_1 = [F_2 B_2]^{-1}\Sigma \\ k_2 = -\alpha k_1 \end{cases}$$

که پس از اجرای برنامه متلب

```
B2=[-1.4142 -2.2361;-0.7071 -1.569];
F2=[0 0.25;-1 0];
zigma=[5 0;0 1];
k1=(F2*B2)^-1*zigma
k2=-alfa*k1
```

خواهیم داشت:

k1 =

۷۰,۱۲۶۵   ۲,۴۶۰۳

۴۴,۳۵۰۸-   ۱,۱۰۸۸-

k2 =

۲۸۰,۵۰۵۹   ۹,۸۴۱۱

۱۷۷,۴۰۳۳-   ۴,۴۳۵۱-

حال پاسخ سیستم حلقه بسته را نیز رسم می کنیم به ازای $g = 15$

```
clc;clear all;
s=tf('s');
A1=[0 0 1;0 -1.21 1;0 -9.39 -0.964];
eig(A1)
B1=[0 0;-0.717 -0.143;11.42 -7.284];
C1=[1 0 0;1 -1 0];
D=0;
G=C1*((s*eye(3)-A1)^(-1))*B1+D
alfa=-2;g=10;m1=0.25;m2=0;
B2=[-0.717 -0.143;11.42 -7.284];
C2=[0 0;-1 0];
M=[m1;m2];
A12=[0 1];
F2=C2+M*A12;
F2*B2
a=rank(F2)
zigma=[10 0;0 1];
k1=((F2*B2)^(-1))*zigma
```

```
k2=-alfa*k1
L=g*(k1+(k2/s));
sys=((G*L)/(1+G*L));
T=feedback(sys,eye(2))
figure(6)
step(T)
```